

4-28-2018

## Mathematical models of the new induction sensor of big currents

S.F Amirov

*Doctor of Technical Sciences, Professor, Head of the Department "Power Supply of Railways" Tashkent Railway Engineering Institute*

D.Sh Rustamov

*Senior Lecturer of the Department "Power Supply of Railways" TashIIT. Tel 299-04-44 ;, 299-07-84; +99897) 712-47-62 (m.),*

Follow this and additional works at: <https://ijctcm.researchcommons.org/journal>

 Part of the [Engineering Commons](#)

---

### Recommended Citation

Amirov, S.F and Rustamov, D.Sh (2018) "Mathematical models of the new induction sensor of big currents," *Chemical Technology, Control and Management*. Vol. 2018: Iss. 1, Article 14.

DOI: <https://doi.org/10.34920/2018.1-2.75-84>

This Article is brought to you for free and open access by Chemical Technology, Control and Management. It has been accepted for inclusion in Chemical Technology, Control and Management by an authorized editor of Chemical Technology, Control and Management. For more information, please contact [app-tgtu@mail.ru](mailto:app-tgtu@mail.ru).

---

## Mathematical models of the new induction sensor of big currents

### Cover Page Footnote

Tashkent State Technical University, SSC «UZSTROYMATERIALY», SSC «UZKIMYOSANOAT», JV «SOVPLASTITAL», Agency on Intellectual Property of the Republic of Uzbekistan



ISSN 1815-4840

Himičeskaâ tehnologiâ. Kontrol' i upravlenie

**CHEMICAL TECHNOLOGY.  
CONTROL AND MANAGEMENT**2018, №1-2 (79-80) pp.75-84. <https://doi.org/10.34920/2018.1-2.75-84>International scientific and technical journal  
journal homepage: <https://uzjournals.edu.uz/ijctcm/>

Since 2005

УДК 621.314.22

С.Ф.АМИРОВ, Д.Ш.РУСТАМОВ (ТИИТ)

**МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ НОВОГО ИНДУКЦИОННОГО ДАТЧИКА БОЛЬШИХ ТОКОВ**

*Катта тоқлар янги индукцион датчигининг модуляция ва ўлчанаётган ток электр ва магнит занжирлари паараметрлари тарқоқлиги ва магнит ўтказгич асосий магнитланиш эгри чизиги ночизиклигини ҳисобга олувчи умумлашган математик моделлари ишлаб чиқилган. Модуляцион магнит занжиридаги магнит оқими занжир узунлиги бўйлаб доимий эмаслиги ва магнит нейтраль нуқтасида максимал қийматга эгаллиги ҳамда магнит майдонининг магнит ўтказгич бўйлаб сўниш коэффициенти қийматининг ортиши билан магнит оқимининг занжир бўйлаб доимий эмаслиги ортиб бориши, ўлчанаётган ток магнит занжиридаги магнит оқими эса занжир узунлиги бўйлаб ночизик тақсимланган ва унинг ночизиклик даражаси сўниш коэффициенти қийматининг ортиши билан ортиб бориши кўрсатилган.*

**Таянч сўзлар:** ток индукцион датчики, математик модель, магнит занжири, магнит оқими, магнит кучланиши, сўниш коэффициенти.

*Разработаны обобщенные математические модели нового индукционного датчика больших токов, с учетом распределенности электрических и магнитных параметров цепей модуляции и измеряемого тока, а также нелинейности основной кривой намагничивания. Показано, что магнитный поток в модуляционной магнитной цепи непостоянен по длине магнитной цепи и имеет максимальное значение в точке магнитной нейтрали, причем при увеличении коэффициента затухания магнитного поля в магнитопроводе непостоянства магнитного потока возрастает, а магнитный поток в магнитной цепи с преобразуемым током распределен нелинейно и меняет свой знак в точке магнитной нейтрали, причем при увеличении коэффициента затухания магнитного поля степень нелинейности распределения магнитного потока по длине магнитной цепи возрастает*

**Ключевые слова:** индукционный датчик тока, математическая модель, магнитная цепь, магнитный поток, магнитное напряжение, коэффициент затухания.

*Generalized mathematical models of a new high current induction sensor are developed, taking into account the distribution of electrical and magnetic parameters of the modulation circuits and the measured current, as well as the nonlinearity of the main magnetization curve. It is shown that the magnetic flux in the modulation magnetic circuit is unstable along the magnetic circuit and has a maximum value at the magnetic neutral point, and with an increase in the magnetic field attenuation coefficient in the magnetic flux, the flux is unstable and the magnetic flux in the magnetic circuit with the current being converted is distributed nonlinearly and changes its sign at the point of the magnetic neutral, and with an increase in the damping coefficient of the magnetic field, the degree of nonlinearity of the magnetic flux distribution along the magnetic chain increases.*

**Keywords:** inductive current sensor, mathematical model, magnetic circuit, magnetic flux, magnetic voltage, attenuation coefficient.

На кафедре «Электроснабжение железных дорог» Ташкентского института инженеров железнодорожного транспорта разработан индукционный датчик, предназначенный для измерения как постоянных так и переменных больших токов [1]. Ещё одна особенность этого устройства заключается в том, что оно имеет три, магнитно несвязанные между собой, выходных обмоток, т.е. изменение нагрузки у одной выходной обмотки ни как не влияет на выходные сигналы, снимаемые с других выходных обмоток.

Для теоретического исследования основных характеристик нового ИДБТ необходимо разработать математические модели его электромагнитных цепей с учетом распределенности электромагнитных параметров цепей и нелинейности основной кривой намагничивания

ферромагнитного материала. В основе этих моделей лежат аналитические выражения магнитного потока, магнитного напряжения и напряженности магнитного поля как функции координат расположения обмоток [2].

Как показано в работе [3], для расчета магнитных цепей с распределенными параметрами без подвижной части самым эффективным методом является классический метод составления и решения дифференциальных уравнений.

С целью упрощения анализа магнитной цепи разработанного ИДБТ будем считать, что С – образные магнитопроводы идеально идентичны, магнитные емкости зазоров между образующими поверхностями соседних С – образных магнитопроводов одинаковые и в них создаются равные по величине МДС и магнитные потоки, а боковые магнитные потоки пренебрежимо малы. Кроме того, будем считать, что площадь сечения провода (шины) с преобразуемым током соизмерима с площадью сечения пространства, охватываемого магнитопроводом ИДБТ; длина провода (шины) с преобразуемым током значительно превосходит размеры его поперечного сечения, преобразуемый ток распределен равномерно по поперечному сечению провода (шины) при малых величинах толщины магнитопроводов и расстояния между ними, магнитное поле в области рабочих зазоров плоскопараллельное, что практически соответствует действительной картине магнитного поля [4].

Следует отметить, что во многих известных исследованиях магнитных цепей ИДБТ учтена распределенность параметров лишь магнитной цепи преобразуемого тока [4], в то время как для повышения точности расчета цепей электромагнитных датчиков больших токов необходимо учитывать распределенный характер параметров как модуляционных, так и измерительных цепей. В новом ИДБТ параметры модуляционной цепи и магнитной цепи преобразуемого тока имеют распределенный характер.

*1. Математические модели модуляционных магнитных цепей ИБДТ.* Модуляционные магнитные цепи разработанного ИДБТ состоят из двух С – образных параллельно расположенных секций с вырезами (в виде стержневой пары) по профилю, соединенных между собой двумя ферромагнитными соединительными элементами, выполненными с прямоугольными вырезами (в виде стержневой пары) и модулирующих обмоток, расположенных равномерно на каждой стержневой паре С – образных секций и соединительного элемента [1]. Каждая секция С – образных магнитопроводов с соответствующими модулирующими обмотками и соединительным элементом с модулирующими обмотками представляют собой отдельную магнитную цепь, практически магнитно несвязанную друг с другом. Во всех трех магнитомодуляционных цепях условия создания магнитного поля практически одинаковые: модулирующее магнитное поле создается равномерно распределенными вдоль параллельных стержней намагничивающими обмотками.

Для определения магнитного потока и магнитного напряжения, создаваемого распределенными обмотками с модулирующим током с МДС  $f_{m1} = \frac{F_{m1}}{\alpha_m}, \left[ \frac{A}{\text{рад}} \right]$  в кольцевых ферромагнитных магнитопроводах составим на основании законов Кирхгофа дифференциальные уравнения для магнитного потока и магнитного напряжения для элементарного участка магнитной цепи  $d\alpha$  в схеме замещения (рис.1) [2]:

$$Q_{\mu m}(\alpha) - Q_{\mu m}(\alpha) - dQ_{\mu m}(\alpha) - U_{\mu m}(\alpha) C_{\mu m1} d\alpha = 0 \quad (1)$$

$$-U_{\mu m}(\alpha) + Z_{\mu m1} Q_{\mu m}(\alpha) + U_{\mu m}(\alpha) + dU_{\mu m}(\alpha) + Z_{\mu m1} Q_{\mu m}(\alpha) d\alpha = 2f_{m1} da \quad (2)$$

где  $Q_{\mu m}(\alpha)$ ,  $U_{\mu m}(\alpha)$  - магнитный поток в концентрических кольцевых магнитопроводах,  $[Wb]$  и магнитное напряжение между ними соответственно,  $[A]$  созданные МДС  $f_{m1}$  распределенными обмотками с модулирующим током;  $\alpha$  - угловая координата, по которой размещены модулирующие



$$Q_{\mu M}(\alpha) = \frac{f_{M1}\gamma_1}{2Z_{\mu M1}} - \frac{A_1\gamma_1}{2Z_{\mu M1}} e^{\gamma_1\alpha} + \frac{A_2\gamma_1}{2Z_{\mu M1}} e^{-\gamma_1\alpha}. \quad (7)$$

Постоянные интегрирования  $A_1$  и  $A_2$  - определяются при этом, исходя из учета следующих граничных (краевых) условий:

$$U_{\mu M}(\alpha)|_{\alpha=0} = -Q_{\mu M}(\alpha)|_{\alpha=0} \cdot Z_{\mu T}; U_{\mu M}(\alpha)|_{\alpha=\alpha_M} = Q_{\mu M}(\alpha)|_{\alpha=\alpha_M} \cdot Z_{\mu T}; \quad (8)$$

здесь  $Z_{\mu1}^B = Z_{\mu1}^H = Z_{\mu1}$ ,  $\left[\frac{1}{H}\right]$  - магнитные сопротивления соответственно верхней и нижней ферромагнитных перемычек, соединяющие между собой одноименные концы С - образных секций;  $\alpha_M$  - максимальное значение угловой координаты  $\alpha$ .

После постановки в (8) значений магнитного потока и магнитного напряжения в сечениях магнитной линии, соответствующие граничным условиям, решая полученную систему уравнений относительно постоянных интегрирования  $A_1$  и  $A_2$  и подставляя их значения в (6) и (7), используя формулы гиперболической тригонометрии получим следующие уравнения:

$$U_{\mu M}(\alpha^*) = -F_{M1} \frac{k_{T1}}{\Delta_1} \Delta_2 sh\left[\beta_1\left(\frac{1}{2} - \alpha^*\right)\right], \quad (9) \quad Q_{\mu M}(\alpha^*) = \frac{F_{M1}}{Z_{\mu}} \left\{ 1 - \frac{\beta_1 k_{T1}}{\Delta_1} \Delta_2 ch\left[\beta_1\left(\frac{1}{2} - \alpha^*\right)\right] \right\}. \quad (10)$$

где  $\Delta_1 = \left(1 + \frac{\gamma_1^2 Z_{\mu1}^2}{4Z_{\mu1}^2}\right) sh(\gamma_1\alpha_M) + \frac{\gamma_1 Z_{\mu1}}{Z_{\mu1}} ch(\gamma_1\alpha_M)$ , [-];  $\Delta_2 = h\left(\frac{1}{2}\gamma_1\alpha_M\right) + \frac{\gamma_1 Z_{\mu1}}{2Z_{\mu1}} sh\left(\frac{1}{2}\gamma_1\alpha_M\right)$ , [-];

$$\gamma_1\alpha_M = \beta_1 [-]; \quad k_{T1} = \frac{Z_{\mu1}}{Z_{\mu1}\alpha_M}, [-]; \quad \alpha^* = \frac{\alpha}{\alpha_M}.$$

На рис. 2 приведены кривые зависимости  $Q_{\mu M}^*(\alpha^*) = f(\alpha^*)$  в относительных единицах при разных значениях  $\beta_1$ , где  $U_{\mu M}^* = \frac{U_{\mu}(\alpha^*)}{U_{\mu}(0)}$  и  $Q_{\mu M}^* = \frac{Q_{\mu}(\alpha^*)}{Q\left(\frac{1}{2}\right)}$ .

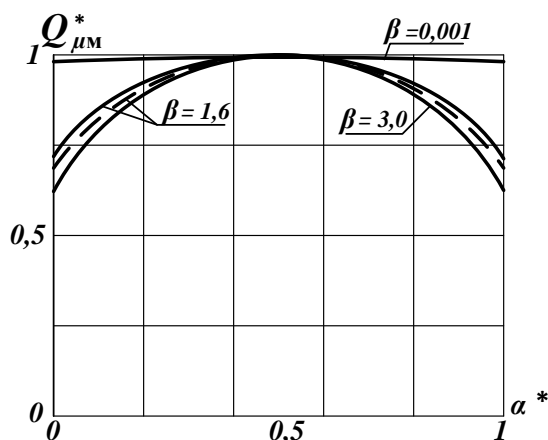


Рис 2. Кривые зависимости  $Q_{\mu M}(\alpha^*) = f(\alpha^*)$  в относительных единицах при разных значениях:  $\beta_1$  сплошные - расчетные, пунктирная - экспериментальная.

Анализ полученного выражения магнитного потока модуляционной магнитной цепи нового ИДБТ и его кривых показывает, что магнитный поток непостоянен по длине магнитной цепи и имеет

максимальное значение в точке магнитной нейтрали, причем при увеличении коэффициента затухания магнитного потока  $\beta$  непостоянства магнитного потока возрастает.

Напряженность модуляционного магнитного поля в С - образном магнитопроводе определяется как:

$$H_M = \frac{1}{\alpha_M} Z_{\mu\pi 1} \int_0^{\alpha_M} Q_{\mu}(\alpha) d\alpha = f_{M1} \left[ 1 - \frac{k_{T1}}{\Delta_1} \Delta_2 \cdot sh\left(\frac{1}{2} \beta_1\right) \right] \quad (11)$$

Выражения (9)-(11) являются математическими моделями магнитных цепей с модуляционными обмотками С - образных секций разработанного ИДБТ.

2. Математические модели магнитной цепи ферромагнитного соединительного элемента с модуляционной обмоткой (рис.3). Для этой цепи начало координат удобнее всего отсчитывать от центрального сечения магнитной системы, считая при этом, что магнитная и геометрическая нейтрали совпадают, т.е.  $Z_{\mu\pi}^I = Z_{\mu\pi}^II = Z_{\mu\pi 2}$ , здесь  $Z_{\mu\pi 2}^I$  и  $Z_{\mu\pi 2}^II$  – магнитные сопротивления соответственно левого и правого торцевых частей ферромагнитного соединительного элемента.

Изменения магнитных потоков и магнитных напряжений, составленных на основании законов Кирхгофа, на соответствующих элементарных участках магнитной линии длинами  $dx_1$  и  $dx_2$  соответственно равны:

$$\begin{cases} \frac{dQ_{\mu M}(x_1)}{dx_1} = -U_{\mu M}(x_1)C_{\mu\pi 2}, \\ \frac{dU_{\mu M}(x_1)}{dx_1} = 2f_{M2} - 2Z_{\mu\pi 2}Q_{\mu M}(x_1) \end{cases} \quad (12)$$

$$\begin{cases} \frac{dQ_{\mu M}(x_2)}{d(x_2)} = -U_{\mu M}(x_2)C_{\mu\pi 2}, \\ \frac{dU_{\mu M}(x_2)}{d(x_2)} = 2f_{M2} - 2Z_{\mu\pi 2}Q_{\mu M}(x_2) \end{cases} \quad (13)$$

$Z_{\mu\pi 2} = \frac{1}{\mu\mu_0 b h_2}$ ,  $C_{\mu\pi 2} = \mu_0 \frac{b}{\delta_{S2}}$  – погонные значения магнитных сопротивлений концентрических

кольцевых магнитопроводов и магнитной емкости кольцевого нерабочего зазора  $\delta_{S2}$ , приходящиеся

на единицу длины магнитной цепи;  $f_{M2} = \frac{F_{M2}}{X_M}$  – погонное значение МДС  $F_M$ .

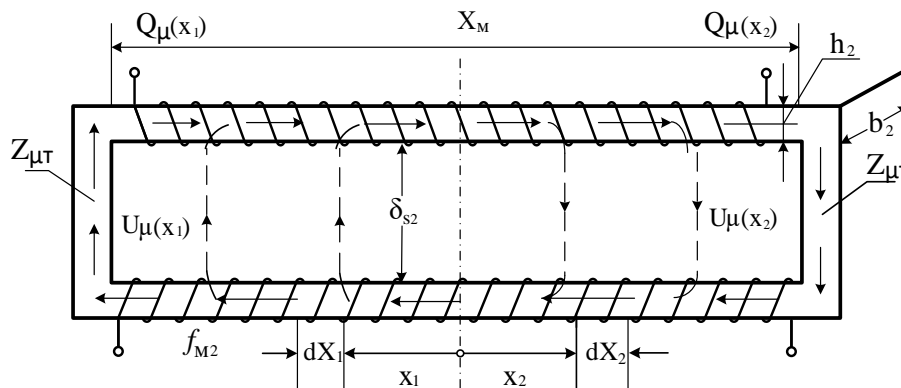


Рис 3. Магнитная цепь ферромагнитного соединительного элемента с модуляционной обмоткой.

Дифференциальные уравнения (12) и (13) решаются аналогично с учетом следующих граничных условий:

$$U_{\mu M}(x_1)|_{x_1=0} = 0; U_{\mu M}(x_1)|_{x_1=0,5X_M} = Q_{\mu M}(x_1)|_{x_1=0,5X_M} Z_{\mu M2}, \quad (14)$$

$$U_{\mu M}(x_2)|_{x_2=0,5X_M} = Q_{\mu M}(x_2)|_{x_2=0,5X_M} Z_{\mu M2}, \quad (15)$$

Для исследуемой магнитной цепи окончательно имеем:

$$U_{\mu M}(x_1^*) = F_{M2} \frac{k_{T2} sh(0,5\beta_2 x_1^*)}{\Delta_3} \quad (16)$$

$$Q_{\mu M}(x_1^*) = \frac{f_{M2}}{Z_{\mu M2}} \left[ 1 - \frac{\beta_2 k_{T2} ch(\beta_2 x_1^*)}{4\Delta_3} \right] \quad (17)$$

$$U_{\mu M}(x_2^*) = F_{M2} \frac{k_{T2} sh(0,5\beta_2 x_2^*)}{\Delta_3}, \quad (18)$$

$$Q_{\mu M}(x_2^*) = \frac{f_{M2}}{Z_{\mu M2}} \left[ 1 - \frac{\beta_2 k_{T2} ch(\beta_2 x_2^*)}{\Delta_3} \right] \quad (19)$$

где  $\Delta_3 = 2sh(0,5\beta_2) + \frac{\beta_2 k_{T2}}{2} ch(0,5\beta_2)$ ;  $\beta_2 = \gamma_2 X_M$ ;  $k_{T2} = \frac{Z_{\mu M2}}{Z_{\mu M1} X_M} [-]$ .

Напряженности модуляционного магнитного поля на соответствующих участках ферромагнитного соединительного элемента находятся как:

$$H_M(x_1) = \frac{1}{0,5X_M} Z_{\mu M2} \int_0^{0,5X_M} Q_{\mu}(x_1) dx_1 = f_{M2} \left[ 1 - \frac{k_{T2}}{\Delta_3} sh(0,5X_M) \right], \quad (20)$$

$$H_M(x_2) = \frac{1}{0,5X_M} Z_{\mu M2} \int_0^{0,5X_M} Q_{\mu}(x_2) dx_2 = f_{M2} \left[ 1 - \frac{k_{T2}}{\Delta_3} sh(0,5X_M) \right], \quad (21)$$

Выражения (16) - (21) являются математическими моделями магнитных цепей с модуляционными обмотками ферромагнитного соединительного элемента нового ИДБТ.

3. Математические модели магнитных цепей преобразуемого тока индукционных датчиков больших токов. В С-образных секциях магнитной цепи магнитный поток преобразуемого тока  $I_x$

определяется на основании закона Ома как:  $Q_{\mu x}^c = \frac{F_x}{\sum Z_{\mu}} = \frac{I_x w_x}{Z_{\mu 0} + Z_{\mu \delta}}$ ,

где  $Z_{\mu 0} = \frac{2\pi r_{cp} \alpha_M}{\mu \mu_0 (r_H - r_B) h_1 360^0}$ ,  $Z_{\mu \delta} = \frac{\delta_p}{\mu_0 b_{II} X_M}$  - магнитные сопротивления соответственно С - образного магнитопровода и воздушного зазора на пути магнитного потока  $Q_{\mu x}$ ; геометрические размеры  $h_1, h_2, r_{cp}, \alpha_M, X_M, \delta_p$  показаны на рис. 1и 4. Если учесть, что  $\mu \gg 1$  и, следовательно,  $Z_{\mu ct} \ll Z_{\mu \delta}$

, то уравнение (22) в первом приближении можно переписать в следующем виде:  $Q_{\mu x}^c \approx \frac{F_x}{Z_{\mu \delta}}$

Магнитная индукция в одной секции С - образных магнитопроводов находится как:

$B_{ct}^c = \frac{Q_{\mu x}^c}{2b_2 h_2}$ . Величина напряженности магнитного поля преобразуемого тока в С-образном



магнитопроводе определяется следующим образом:  $H_x^c = \frac{B_{ст}^c}{\mu_0}$ , (22).

Находим аналитические выражения магнитного потока в ферромагнитных соединительных элементах и магнитного напряжения между ними вдоль длины этих элементов, создаваемые преобразуемым током  $I_x$  (рис.4). Расчет этой магнитной цепи произведем методом наложения, т.е. сначала определим частные значения магнитных потоков и напряжений, создаваемых отдельно от левого и правого источников МДС  $F_x$ , а потом их алгебраическим суммированием находим общие их значения [4]. Дифференциальное уравнение второго порядка, составленное на основании законов Кирхгофа для элементарного участка магнитной цепи  $dx$  имеют следующий вид:

$$\frac{d^2 U_{\mu x}^n}{dx^2} = 2Z_{\mu n 3} C_{\mu n 3} U_{\mu x}^n, \quad (23)$$

где  $Q_{\mu x}^n$ ,  $U_{\mu x}^n$  – соответственно магнитный поток и магнитное напряжение, создаваемые источником МДС левой секции С-образных магнитопроводов с преобразуемым током  $I_x$ , т.е.  $F_x = I_x w_x$ ;  $Z_{\mu n 3} = \frac{1}{2\mu\mu_0 b_2 h_2}$ ,  $C_{\mu n 3} = \mu_0 \frac{2b_2}{\delta_p}$ ; погонные значения магнитного сопротивления параллельных стержней ферромагнитных соединительных элементов и магнитная емкость между ними, приходящиеся в единицу длины  $x$ .

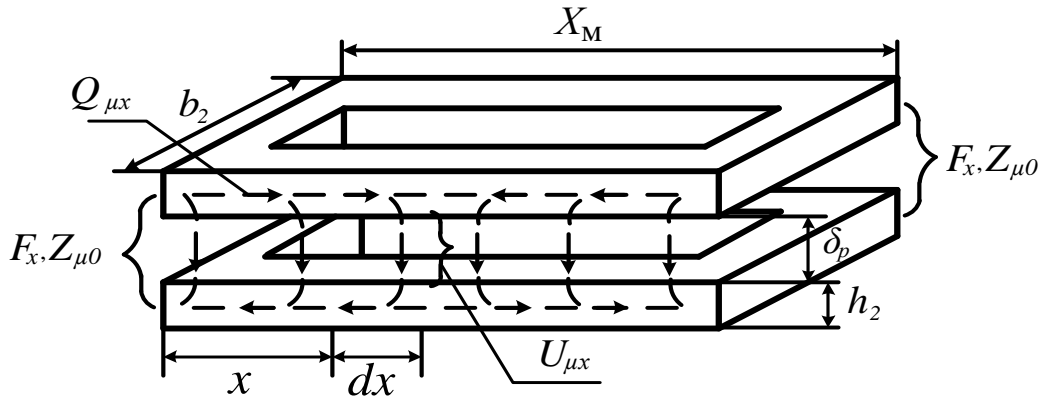


Рис.4. Магнитная цепь ферромагнитного соединительного элемента с преобразуемым током.

Граничные условия для этого случая имеет следующий вид:

$$U_{\mu x}^n \Big|_{x=0} = F_x - Q_{\mu x}^n \Big|_{x=0} Z_{\mu 0}, \quad (24)$$

$$U_{\mu x}^n \Big|_{x=X_M} = Q_{\mu x}^n \Big|_{x=X_M} Z_{\mu n}, \quad (25)$$

где  $Z_{\mu 0}$  – магнитное сопротивление левой секции С-образных магнитопроводов;  $Z_{\mu n}$  – магнитное сопротивление образующих поверхностей правой секции С-образных магнитопроводов.

Решение дифференциального уравнения (23) с учетом граничных условий (24) и (25) имеет вид  
С учетом (3.52) и (3.53) уравнения (3.45) и (3.46) принимают следующий вид:

$$U_{\mu x}^n = \frac{F_x}{\Delta_4} \left\{ sh[\gamma_3 (X_M - x)] + \frac{\gamma_3 Z_{\mu n}}{2Z_{\mu n 3}} ch[\gamma_3 (X_M - x)] \right\}, \quad (26)$$

$$Q_{\mu x}^{\Pi} = \frac{\gamma_3 F_x}{2\Delta_4 Z_{\mu 3}} \left\{ ch[\gamma_3 (X_M - x)] + \frac{\gamma_3 Z_{\mu \Pi}}{2Z_{\mu 3}} sh[\gamma_3 (X_M - x)] \right\}, \quad (27)$$

где  $\Delta_4 = (1 + \frac{\gamma_3^2 Z_{\mu 0} Z_{\mu \Pi}}{4Z_{\mu 3}^2}) sh\beta_3 + \frac{\gamma_3 (Z_{\mu 0} + Z_{\mu \Pi})}{2Z_{\mu 3}} ch\beta_3$ .

Выражения для магнитного напряжения и магнитного потока, создаваемых лишь МДС правой секции С – образных магнитопроводов, находятся аналогично. Мы здесь ограничимся приведением их окончательных выражений, т.е.:

$$Q_{\mu x} = \frac{F_x}{\Delta_4} sh(\gamma_3 x) + F_x \frac{\gamma_3 Z_{\mu \Pi}}{2Z_{\mu 3} \Delta_4} ch(\gamma_3 x). \quad (28)$$

$$Q_{\mu x} = \frac{\gamma_3 F_x}{2Z_{\mu 3} \Delta_4} ch(\gamma_3 x) + F_x \frac{\gamma_3^2 Z_{\mu \Pi}}{4Z_{\mu 3}^2 \Delta_4} sh(\gamma_3 x). \quad (29)$$

Выражения для общих магнитных напряжений и магнитных потоков, создаваемых обоими источниками МДС, находятся алгебраическим суммированием частных их значений, т.е.:

$$U_{\mu x} = U_{\mu x}^{\Pi} + U_{\mu x}^{\Pi} = \frac{F_x}{\Delta_4} \{ sh[\gamma_3 (X_M - x)] + sh(\gamma_3 x) + \frac{\gamma_3 Z_{\mu \Pi}}{2Z_{\mu \Pi}} \{ ch[\gamma_3 (X_M - x)] + sh(\gamma_3 x) \} \} \quad (30)$$

$$Q_{\mu x} = Q_{\mu x}^{\Pi} + Q_{\mu x}^{\Pi} = \frac{\gamma F_x}{2Z_{\mu 1} \Delta_4} \{ ch[\gamma_3 (X_M - x)] - ch(\gamma_3 x) + \frac{\gamma_3 Z_{\mu \Pi}}{2Z_{\mu \Pi}} \{ sh[\gamma_3 (X_M - x)] - sh(\gamma_3 x) \} \}. \quad (31)$$

Выражения (30) и (31) упростятся если в первом приближении считать, что  $Z_{\mu \Pi} \rightarrow \infty$ , т.е.  $Q_{\mu}^{\Pi}|_{x=X_M} = 0$  и  $Q_{\mu}^{\Pi}|_{x=X_M} = 0$ . Тогда с учетом этих допущений и путем перехода к относительных единицах выражения (30) и (31) будут иметь следующий вид:

$$U_{\mu x} = F_x \frac{2ch(\frac{1}{2}\beta_3)}{\Delta_5} ch \left[ \beta_3 \left( \frac{1}{2} - x^* \right) \right], \quad (32)$$

$$Q_{\mu x} = F_x \frac{\beta_3 ch(\frac{1}{2}\beta_3)}{Z_{\mu 3} \Delta_5} sh \left[ \beta_3 \left( \frac{1}{2} - x^* \right) \right], \quad (33)$$

где  $\Delta_5 = ch(\gamma_3 X_M) + \frac{\gamma_3 Z_{\mu 0}}{2Z_{\mu 3}} sh(\gamma_3 X_M)$ ;  $\beta_3 = \gamma_3 X_M$ .

На рис. 5 приведены кривые зависимости  $Q_{\mu}^* = f(x^*)$  при разных значениях, где  $Q_{\mu}^* = \frac{Q_{\mu x}}{U_{\mu x}|_{x=0}}$

и  $x^* = \frac{x}{x_M}$ .

Анализ выражения (33) и кривых, построенных на его основе показывает, что магнитный поток распределен нелинейно и меняет свой знак в точке магнитной нейтрали, причем при увеличении коэффициента затухания магнитного потока  $\beta_3$  степень нелинейности распределения магнитного потока по длине магнитной цепи возрастает.

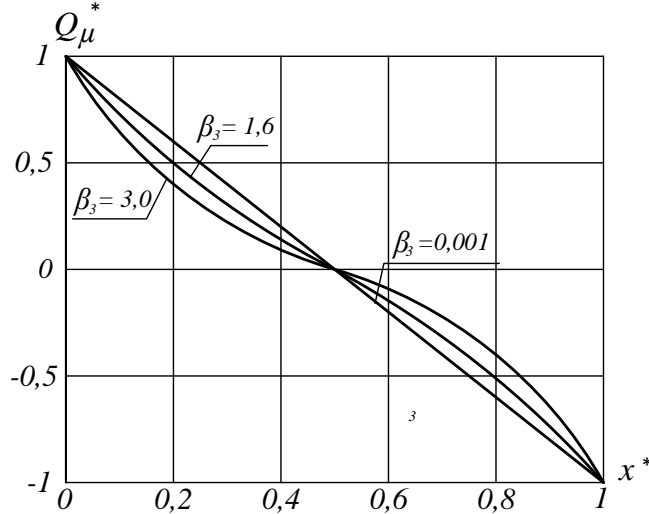


Рис. 5. Кривые зависимости  $Q_{\mu}^*(x^*)$  при разных значениях  $\beta_3$ .

Напряженности магнитного поля преобразуемого тока в левой и правой от оси нейтрали участках ферромагнитного соединительного элемента определяются как:

$$H_x^{\pi} = \frac{1}{0,5X_M} Z_{\mu\pi 3} \int_0^{0,5X_M} Q_{\mu} dx = \frac{2f_x ch(0,5\beta_3)}{\Delta_5} [ch(0,5\beta_3) - 1] \quad (34)$$

$$H_x^{\pi} = \frac{1}{0,5X_M} Z_{\mu\pi 3} \int_{0,5X_M}^0 Q_{\mu} dx = \frac{2f_x ch(0,5\beta_3)}{\Delta_5} [1 - ch(0,5\beta_3)] \quad (35)$$

Выражения (32)-(35) являются математическими моделями магнитной цепи ферромагнитных соединительных элементов с преобразуемым током.

Для получения обобщенной математической модели нового ИДБТ, работающей как в модуляционном, так и в трансформаторном режимах, рассматривается более общие случаи, когда по преобразуемой цепи и по цепям модуляции протекают синусоидальные токи разной частоты, т.е.:  $I_x = I_{xm} \sin \omega_x t$  и  $I_M = I_{mm} \sin \omega_M t$ . Тогда в соответствующих участках магнитной цепи ИДБТ под действием этих токов создаются магнитные поля с соответствующими напряженностями:  $H_x = H_{xm} \sin \omega_x t$  и  $H_M = H_{mm} \sin \omega_M t$ , где  $\omega_x$ ,  $\omega_M$  - угловые частоты напряженности магнитных полей соответственно преобразуемого и модулирующего токов.

Результирующие напряженности магнитных полей  $H_x$  и  $H_M$  на соответствующих участках магнитной цепи ИДБТ равны:

$$H_1 = H_x + H_M = H_{xm} \sin \omega_x t + H_{mm} \sin \omega_M t \quad (36)$$

$$H_2 = H_x - H_M = H_{xm} \sin \omega_x t - H_{mm} \sin \omega_M t \quad (37)$$

Значения магнитных индукций на соответствующих участках магнитной цепи ИДБТ с напряженностями  $H_1$  и  $H_2$  находятся как:

$$B_1 = k_1 \arctg(k_2 H_1) = k_1 \arctg[H'_{xm} \sin \omega_x t + H'_{mm} \sin \omega_M t] \quad (38)$$

$$B_1 = k_1 \arctg(k_2 H_2) = k_1 \arctg[H'_{xm} \sin \omega_x t - H'_{mm} \sin \omega_M t] \quad (39)$$

где  $H'_{xm} = k_2 H_{xm}$ ;  $H'_{mm} = k_2 H_{mm}$ ;  $k_1, k_2$  - коэффициенты аппроксимации. Следует отметить, что в качестве аппроксимирующей функции принята арктангенсная функция.

Выражение для мгновенного значения выходной ЭДС, наводимой в измерительной обмотке, определяется на основании закона электромагнитной индукции:

$$e_{\text{вых}} = e_1 + e_2 = -w_u \frac{dQ_\mu}{dt} = -w_u \frac{d(BS)}{dt} = -w_u S \frac{dB_1}{dt} - w_u S \frac{dB_2}{dt} =$$

$$= -w_u sk_1 \frac{H'_{xm} \omega_x \cos \omega_x t + H'_{mm} \omega_m \cos \omega_m t}{1 + (H'_{xm} \omega_x \sin \omega_x t + H'_{mm} \omega_m \sin \omega_m t)^2} - w_u sk_1 \frac{H'_{xm} \omega_x \cos \omega_x t - H'_{mm} \omega_m \cos \omega_m t}{1 + (H'_{xm} \sin \omega_x t - H'_{mm} \sin \omega_m t)^2} \quad (40)$$

Выражение (40) является обобщенной математической моделью разработанного ИДБТ, работающего как в модуляционном, так как трансформаторном режимах.

При работе ИДБТ в магнитомодуляционном режиме, т.е. при  $H_x = \text{const}$ , выражение (40) имеет следующий вид:

$$e_{\text{вых}} = -w_u sk_1 \left[ \frac{H'_{mm} \omega_m \cos \omega_m t}{1 + (H'_x + H'_{mm} \sin \omega_m t)^2} - \frac{H'_{mm} \omega_m \cos \omega_m t}{1 + (H'_x - H'_{mm} \sin \omega_m t)^2} \right]. \quad (41)$$

При работе ИДБТ в трансформаторном режиме, т.е. при  $H_x = H_{xm} \sin \omega_x t$  и  $H_m = 0$ ,  $\omega_m = 0$ , выражение (40) принимает следующий вид:

$$e_{\text{вых}} = -w_u sk_1 \frac{2H'_{xm} \omega_x t \cos \omega_x t}{1 + H_x'^2 \sin^2 \omega_x t}. \quad (42)$$

Таким образом, в статье разработаны обобщенные математические модели нового индукционного датчика больших токов с учетом распределенности электрических и магнитных параметров цепей модуляции и преобразуемого тока, а также нелинейности основной кривой намагничивания. Эти модели позволяют более точно исследовать основные технические характеристики нового датчика на стадии его проектирования.

#### Список литературы:

1. S.F.Amirov, A.M.Safarov, K.H.Turdy'bekov, Rustamov, "Ustroystvo dlya preobrazovaniya toka" [A device for converting current], Patent RUz, №04217.
2. D. SH., Hushbokov B.H.// Oficial'ny'y vestnik, 2010. - №8.
3. M.F.Zaripov, "Preobrazovateli s raspredelenny'mi parametrami dlya avtomatiki i informacionno-izmeritel'noy tehniki" [Converters with distributed parameters for automation and information and measurement technology], Moskva: E'nergiya, 1969, 176 p. (in Russian).
4. S.F.Amirov, A.H.Sulliev, N.E.Balgaev "Kratkiy obzor metodov rascheta magnitny'h cepey s raspredelenny'mi parametrami" [A brief overview of methods for calculating magnetic circuits with distributed parameters], Problemy' e'nergo- i resursoberejeniya, no. 1/2, pp. 195-202, 2010 (in Russian)
4. A.M.Plahtiev, "Beskontaktnye ferromagnitny'e preobrazovateli s raspredelenny'mi magnitny'mi parametrami dlya sistem kontrolya i upravleniya" [Contactless ferromagnetic converters with distributed magnetic parameters for monitoring and control systems], Dis. dokt. tehn. nauk. Tashkent: TashGTU, 2009, 399 p.

*Амиров Султон Файзуллаевич – доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой «Электроснабжение железных дорог» ТаШИИТ;  
Рустамов Дилишод Шавкатович – старший преподаватель кафедры «Электроснабжение железных дорог» ТаШИИТ.  
Тел. 299-04-44; 299-07-84; +99897)712-47-62 (м.),  
E-mail: Rustamov\_D 1976@mail.ru.*